

## Dati generali

|                                      |                      |
|--------------------------------------|----------------------|
| * Titolo                             | Misura di altezze    |
| * Materia                            | Matematica           |
| Altre materie / Interdisciplinarietà | Fisica               |
| Classe                               | 1                    |
| * Tipo di attività                   | Problem solving      |
| * Categoria                          | Laboratorio "povero" |
| * Ore di laboratorio                 | 4                    |
| * N. Persone (min) per gruppo        | 3                    |

## Riassunto / Abstract

Misurare l'altezza di oggetti accessibili o non accessibili, usando strumenti moderni (smartphone) o tradizionali (inclinometri). Gestire le fasi di un *problem solving*, operare misure con smartphone e cordella metrica oppure con inclinometro e cordella metrica, confrontare i valori ottenuti anche per migliorarne la qualità.

## Scheda sintetica delle attività

Si parte da un problema concreto, come misurare l'altezza della base di una finestra posta nel giardino della scuola e si osserva il contesto concreto con i suoi vincoli e le sue caratteristiche. I ragazzi, suddivisi in piccoli gruppi, pensano ad una modellizzazione della situazione e ad una possibile soluzione del problema proposto. Si procede ad un confronto, nel gruppo classe, tra le strategie risolutive ideate. Ogni gruppo poi esegue le misure necessarie per la soluzione del problema, se necessario ripetendole più volte per migliorarne la "qualità". Raccolti i dati, si passa alla loro elaborazione per arrivare ai risultati ricercati. Si opera un nuovo confronto, nel gruppo classe, tra i risultati effettivamente ottenuti, discutendo sulla loro validità e su possibili cause di errore o incertezza. Se possibile, si cerca anche la validazione finale dei risultati usando valori di riferimento noti per la misura in esame.

## Strumentazione e attrezzatura necessaria (elenco)

Smartphone, *app* per la misura di angoli [1], cannuccia/mirino, cordella metrica, goniometro, supporto per reggere smartphone e goniometro.

## Competenze teorico-pratiche necessarie(elenco)

Conoscenza e applicazione dei seguenti concetti: seno, coseno, tangente goniometrica di un angolo; archi associati (supplementari), formule di goniometria (sottrazione di angoli), teoremi di trigonometria (teorema dei seni).

## Obiettivi e competenze acquisibili

Saper risolvere un problema reale legato alla determinazione di una lunghezza usando le conoscenze di trigonometria.

Svolgere effettive misure di angoli e operare confronti tra valori ottenuti con metodi diversi.

Applicare la soluzione teorica del problema alle misure ottenute, stabilire la bontà dei risultati e trovare metodologie per migliorarne la qualità.

In sintesi: seguire i passi di un *problem solving* reale con l'ausilio di strumenti innovativi e tradizionali.

## Dotazioni di sicurezza

Nessuna.

## Svolgimento

Si può partire proponendo agli studenti una situazione stimolo concreta: misurare l'altezza di un albero, di una finestra, del soffitto, di un armadio, ecc., in base a quanto si ha a disposizione.

### Esempio 1, misura di un'altezza, con base accessibile

Si può scegliere la finestra di un edificio, dove si possa raggiungere la base (figura 1). Occorre scegliere un punto P di osservazione di fronte al muro che contiene la finestra e misurare, con la cordella metrica, la distanza tra il punto P e la proiezione H di un punto della base della finestra sul piano del terreno.

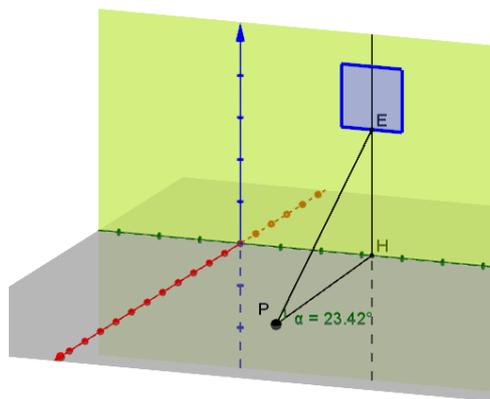


Figura 1

Per eseguire la misura dell'angolo EPH si usa lo smartphone e un'app per la misura di angoli [1]; per facilitare la misura, si può utilizzare una delle cannucce in dotazione al kit, usandola come mirino per inquadrare il punto E con più precisione (figura 2).



Figura 2

La misura risulta più precisa se si lavora in gruppo: una persona tiene fermo lo smartphone e un'altra legge il valore sul display. Se possibile, meglio sostenere lo smartphone con un treppiede o altro sostegno; si potrebbe anche controllare la direzione di puntamento dello smartphone usando un puntatore laser. Questi

accorgimenti possono aiutare ad uniformare i valori delle misure, entro le incertezze e la variabilità legata alla qualità e alla tipologia degli smartphone utilizzati.

Una prima modellizzazione della situazione potrebbe essere quella rappresentata nella figura 1, ma ci si scontra subito con il problema pratico di non poter fare la misura appoggiando lo smartphone a terra, occorre posizionarlo ad un'altezza  $p$  da terra. Si può modificare la modellizzazione come mostrato in figura 3.

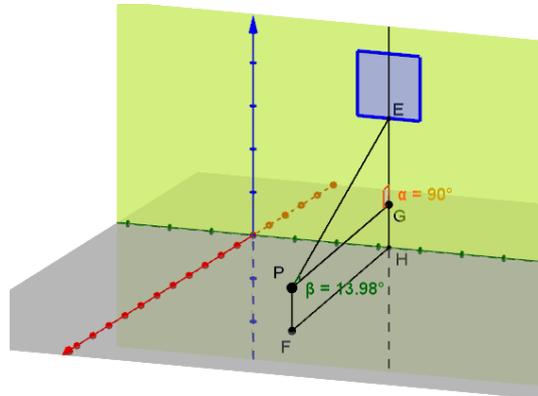


Figura 3

Per trovare la misura dell'altezza  $h = EH$  della base della finestra, occorre misurare la distanza tra F (proiezione ortogonale del punto di osservazione sul piano del terreno) ed H, cioè  $l = FH$ , e l'angolo  $GPE = \alpha$ . Poi sostituendo nella formula (1), che lega la tangente goniometrica alla lunghezza dei cateti di un triangolo rettangolo, si ottiene l'altezza voluta:

$$h = p + l \cdot \operatorname{tg}(\alpha) \quad (1)$$

E' interessante confrontare le misure dell'angolo GPE fatte sia con vari smartphone sia con un goniometro dotato di cannucchia.

Al termine, il valore di  $h$  ottenuto può essere confrontato con valori di riferimento ricavati, per esempio, da una pianta dell'edificio oppure da una misura diretta con una cordella metrica (calata dall'alto), oppure con strumenti professionali, se disponibili, come un misuratore laser per architetti/muratori o un teodolite professionale.

Si può ottenere l'altezza della finestra ripetendo la misura e usando un punto della sommità della finestra

$$\Delta h = l \cdot (\operatorname{tg}(\alpha_{\text{sup}}) - \operatorname{tg}(\alpha_{\text{inf}})) \quad (2)$$

#### Esempio 2: misura di un'altezza con base non accessibile.

Si vuole misurare l'altezza  $h$  della base di una finestra di un edificio, senza poter accedere alla base dell'edificio. Occorre scegliere un punto di osservazione P di fronte al muro nella regione consentita e considerare l'immaginaria retta  $r$  che congiunge F con H (figura 4). Le misure necessarie per trovare l'altezza  $h$  questa volta sono tre: l'angolo di elevazione GPE, la distanza  $d = KF$  presa sulla retta  $r$  a partire da F ed il secondo angolo di elevazione GQE. In questo secondo caso è ancora più importante confrontare le misure degli angoli ottenute con gli smartphone e con il goniometro, in quanto piccole variazioni nelle misure degli angoli, anche solo di un grado centesimale, pari in alcuni casi alla sensibilità dello strumento, possono portare a variazioni rilevanti nei risultati finali.

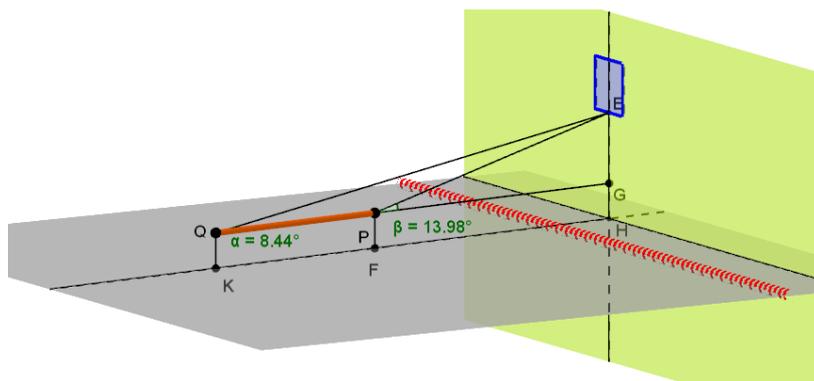


Figura 4

Per ottenere la misura del lato QE si può applicare il teorema dei seni al triangolo PQE:

$$\frac{QP}{\sin(\beta - \alpha)} = \frac{QE}{\sin(\pi - \beta)} \quad (3),$$

da cui

$$QE = \frac{QP \cdot \sin(\beta)}{\sin(\beta - \alpha)}.$$

Si applica infine la definizione di seno al triangolo rettangolo EQG, ottenendo:

$$h = p + QE \cdot \sin(\alpha),$$

da cui

$$h = p + \frac{d \cdot \sin(\alpha) \cdot \sin(\beta)}{\sin(\beta - \alpha)} = p + \frac{d \cdot \sin(\alpha) \cdot \sin(\beta)}{\sin(\beta) \cdot \cos(\alpha) - \sin(\alpha) \cos(\beta)}$$

Le misure in genere sono abbastanza soddisfacenti se svolte con cura e ripetute; i valori ottenuti si discostano, mediamente, meno del 5% dai valori di riferimento. Gli esiti del problema 1 sono solitamente migliori di quelli del problema 2 anche in considerazione della più semplice geometria del problema.

Esistono altri metodi per determinare l'altezza di un oggetto, alcuni sono proposti nella bibliografia. Esistono anche *app* che forniscono direttamente le altezze degli oggetti. Queste *app* sono comode perché forniscono il risultato richiesto in maniera immediata, ma non sono sempre precise e richiedono, a volte, la ripetizione della misura. Uno degli svantaggi maggiori dal punto di vista didattico è quello di nascondere la matematica e la fisica che sta dietro al loro funzionamento, che invece è molto interessante e utile da esplorare da parte degli studenti.

Sono riportate alcune schermate di app per la misura di angoli di elevazione/depressione:

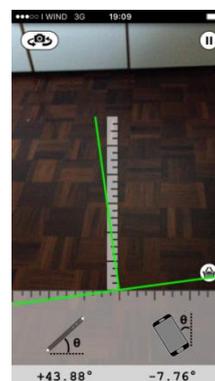
**per IOS**



App Velux Roof Pitch



App Angle Meter

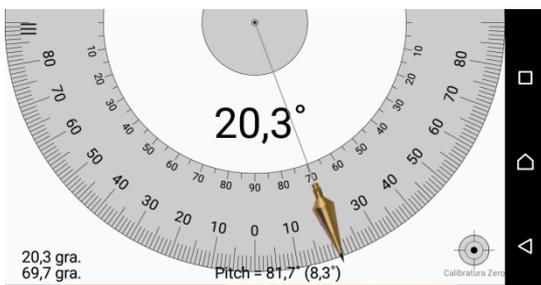


App Protractor360



App Theodolite

### per Android



App Goniometro Smart Protractor



App Theodolite Droid.

### Note e storia

L'attività fa parte del progetto "Science Smart Kit". Tale progetto comprende un kit di "accessori" per smartphone per realizzare attività di laboratorio di fisica, scienze, chimica e matematica, schede per studenti e docenti, e la disseminazione attraverso iniziative di aggiornamento e formazione docenti.

Il progetto è risultato tra i vincitori del bando del MIUR "Nuove idee per la didattica laboratoriale nei Licei Scientifici".

[1] Sono tantissime le *app* dedicate alla misura di angoli, se ne riportano alcune a titolo di esempio:

- Android: Goniometro Smart Protractor, Smart Measure, Theodolite Droid.
- iOS: VeluxRoof Pitch, Angle Meter, Protractor360, Theodolite (quest'ultima app è molto valida ma è a pagamento)

Per prendere confidenza con le misure di angoli può essere utile controllare anche le misure di angoli particolari come quello nullo e quello retto.

### Bibliografia

- L. Resta, S. O. Parolin, "Un'esperienza di insegnamento della trigonometria con l'aiuto degli smartphone", *Progetto Alice*, I - 2013, Vol. XIV, n° 40, pp. 130 – 160
- Damjan Štrus, Corina Toma, "Measuring the World around us", iStage2, Smartphone in Science Teaching, pag. 48:

<http://www.science-on-stage.de/page/display/en/7/7/678/istage-2-smartphones-im-naturwissenschaftlichen-unterricht1>

- [http://www.treccani.it/scuola/lezioni/fisica/fisica\\_smartphone.html](http://www.treccani.it/scuola/lezioni/fisica/fisica_smartphone.html)

## **Autori**

---

Lorenza Resta